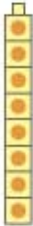


5 公因數和最大公因數

一 砌積木

家希和倩宜把 8 粒黃色的數粒和 12 粒綠色的數粒分別排成矩形。

黃色的數粒有下列排法：

 或 
 $8 = 1 \times 8$ $8 = 2 \times 4$



綠色的數粒有下列排法：

 ,  或 
 $12 = 1 \times 12$ $12 = 2 \times 6$ $12 = 3 \times 4$



8 的因數有 _____。

12 的因數有 _____。

同時是 8 和 12 的因數有 _____。



同時是 8 和 12 的因數的數，稱為 8 和 12 的 **公因數**。
其中最大的是 4，稱為 8 和 12 的 **最大公因數**，英文簡寫是 **H.C.F.**。

二 求最大公因數

倩宜嘗試用列舉法找出 18 和 27 的最大公因數。

1

$18 = \square \times \square$

$27 = \square \times \square$

$18 = \square \times \square$

$27 = \square \times \square$

$18 = \square \times \square$

先找出 18 和 27 的因數

18 的因數有 _____, _____, _____, _____, _____, _____。

27 的因數有 _____, _____, _____, _____。

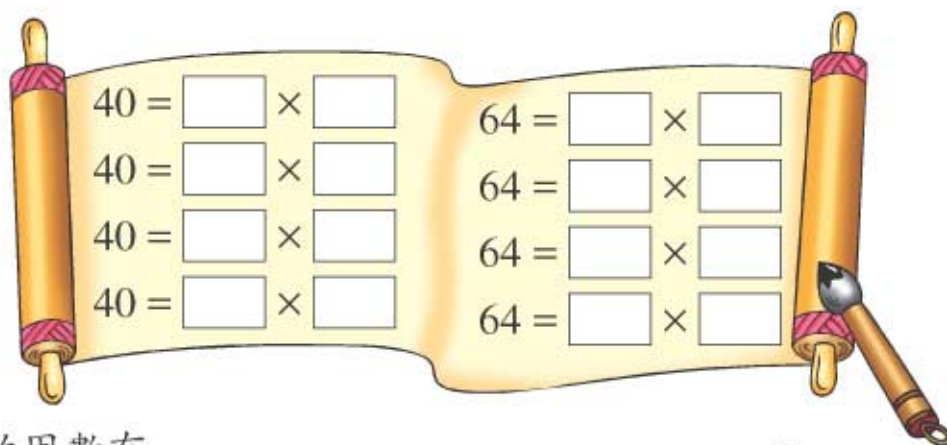
18 和 27 的公因數有 _____、_____ 和 _____。

然後找出它們的公因數

_____ 是公因數中最大的，所以 _____ 是 18 和 27 的最大公因數。

2

求 40 和 64 的最大公因數。



40 的因數有 _____。

64 的因數有 _____。

40 和 64 的公因數有 _____。

40 和 64 的最大公因數是 _____。



考考你

1 你能否找出兩個數是沒有公因數的？為甚麼？

2 試不用列舉法，直接找出 5 和 15 的最大公因數。

三 公因數和最大公因數

- 1 用列舉法找出 36 和 48 的因數：

36 的因數有 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36。

48 的因數有 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48。

36 和 48 的公因數有 1, 2, 3, 4, 6, 12。

36 和 48 的最大公因數是 12。

12 的因數有 1, 2, 3, 4, 6, 12。

中的兩組數相同嗎？



- 2 再多找一個例子來試試吧！

45 的因數有 _____。

75 的因數有 _____。

45 和 75 的公因數有 _____。

45 和 75 的最大公因數是 _____。

_____ 的因數有 _____。



從以上的例子中，我們看到所有 45 和 75 的公因數，都是這兩個數的最大公因數的因數。

- 3 根據以上兩個例子，你有甚麼發現？

填填看。

- ① 利用列舉法找出下列各組數的最大公因數。

(a) 16, 24

16 的因數有 _____。

24 的因數有 _____。

16 和 24 的公因數有 _____。

16 和 24 的最大公因數是 _____。

(b) 28, 70

28 的因數有 _____。

70 的因數有 _____。

28 和 70 的公因數有 _____。

28 和 70 的最大公因數是 _____。

- ② 把下列各組數的公因數和最大公因數填在下表內。

	公因數	最大公因數
24, 30		
26, 39		
54, 72		

完成下列各題。

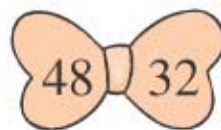
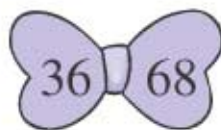
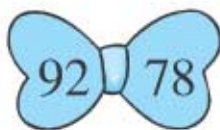
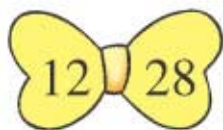
- ③ 求下列各組數的最大公因數。

(a) 8, 15

(b) 19, 57

(c) 21, 63

- ④ 4 是下列哪組數的公因數？把它們圈出來。



- * ⑤ 某兩個數的最大公因數是 20，這兩個數的公因數有

_____。

用短除法求最大公因數和最小公倍數

- 1 永傑用短除法找出 18 和 24 的最大公因數。

$$18 = 1 \times 18 \quad 24 = 1 \times 24$$

$$18 = 2 \times 9 \quad 24 = 2 \times 12$$

2 是 18 和 24 的公因數。

$$9 = 1 \times 9 \quad 12 = 1 \times 12$$

$$9 = 3 \times 3 \quad 12 = 3 \times 4$$

3 是 9 和 12 的公因數。

除了 1 之外，3 和 4 再沒有其他公因數，短除到此為止。

2	18	24
3	9	12
	3	4

$2 \times 3 = 6$ ，6 也是 18 和 24 的公因數。

有沒有比 6 更大的公因數？

18 和 24 的最大公因數是 _____。

- 2 再看看怎樣計算。

48 和 72 的最大公因數： $2 \times 2 \times 2 \times 3$
=

2	48	72
2	24	36
2	12	18
3	6	9
	2	3

我們可用短除法求出兩數的最大公因數：

1. 找出一個能整除兩數的數，即是它們的公因數。
2. 由小至大，逐步找出能整除兩數的各數。
3. 這些除數的積便是兩數的最大公因數。

- 3 試用短除法找出 36 和 54 的最大公因數。

- 4 倩宜也用短除法找出 18 和 24 的最小公倍數。



2	18	24
3	9	12
	3	4

$$2 \times 3 \times 3 \times 4 = 72$$

72 是 18 的 4 倍，同時是 24 的 3 倍，所以，72 是 18 和 24 的公倍數。



有沒有比 72 更小的公倍數？

18 和 24 的最小公倍數是 _____。

- 5 再看看怎樣計算。

48 和 72 的最小公倍數： $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$
=

2	48	72
2	24	36
2	12	18
3	6	9
	2	3

我們也可用短除法求出兩數的最小公倍數：

1. 找出一個能整除兩數的數。
2. 由小至大，逐步找出能整除兩數的各數。
3. 這些除數和最後所得的兩個商的積，便是兩數的最小公倍數。



- 6 你也試試看。

- a 用短除法找出 36 和 54 的最小公倍數。
- b 你可否從一短除式同時求出 24 和 36 的最大公因數和最小公倍數？算算看。



讓我說說

用以上方法求最大公因數和最小公倍數，有甚麼相同之處？
有甚麼不同之處？